

إذا تم تعريف المتجهات $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ بدلالة المتجهات $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بالعلاقات الآتية:

$$\vec{a}^* = \frac{\vec{b} \wedge \vec{c}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, \quad \vec{b}^* = \frac{\vec{c} \wedge \vec{a}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, \quad \vec{c}^* = \frac{\vec{a} \wedge \vec{b}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}$$

iii. إذا تم تعريف المتجه $\vec{v} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \gamma \vec{c}$ فاثبت أن:

$$\lambda = \vec{v} \cdot \vec{a}^*, \quad \mu = \vec{v} \cdot \vec{b}^*, \quad \gamma = \vec{v} \cdot \vec{c}^*$$

الحل:

إذا تم تعريف المتجهات $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ بدلالة المتجهات $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بالعلاقات الآتية:

$$\vec{a}^* = \frac{\vec{b} \wedge \vec{c}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, \quad \vec{b}^* = \frac{\vec{c} \wedge \vec{a}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, \quad \vec{c}^* = \frac{\vec{a} \wedge \vec{b}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}$$

ii. أثبت أن إذا كانت $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ مجموعة محاور يمينية فإن $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ تكون أيضا مجموعة محاور يمينية.

الحل:

السؤال الثامن:

إذا تم تعريف المتجهات $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ بدلالة المتجهات $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بالعلاقات الآتية:

$$\vec{a}^* = \frac{\vec{b} \wedge \vec{c}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]},$$

$$\vec{b}^* = \frac{\vec{c} \wedge \vec{a}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]},$$

$$\vec{c}^* = \frac{\vec{a} \wedge \vec{b}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}$$

i. أثبت أن $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \frac{1}{[\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*]}$

الحل:

السؤال السابع:

متجه $\vec{a}$ طوله 5.2 units ويتجه ناحية الشرق، ومتجه آخر $\vec{b}$ له المقدار 4.3 units ويتجه بزاوية 35° غرب الشمال. بالتمثيل البيان للمتجهات (بالرسم) أوجد مقدار واتجاه الأتي:

i. $\vec{a} + \vec{b}$

ii. $\vec{a} - \vec{b}$

الحل:

السؤال السادس:

متجهان $\vec{r}$ مقداره 4.5 units ، والآخر $\vec{s}$ ومقداره 7.3 unit ، يقعان في المستوى xy الأول يصنع زاوية 32° مع الإتجاه الموجب لمحور x والثاني يصنع الزاوية 45° في نفس الإتجاه. ما هي قيمة كل من:

i. $\vec{r} \cdot \vec{s}$

ii. $\vec{r} \wedge \vec{s}$

الحل:

47km	B	32km	A
79km	D	57km	C

وتصنع الازاحة المحصلة زاوية مقدارها:			-25
56°	B	65°	A
55°	D	66°	C

$32.8m^2$	B	$11.6m$	A
$11.6m^2$	D	$2.2m^2$	C

مقدار متجه الموضع r للنقطة $A(3,4,5)$ ، يساوي:			-22
8.18	B	7.07	A
6.54	D	3.21	C

إذا كان متجهان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه، فيقال انهما:			-23
متساويان	B	متساويان	A
لا شيء صحيح مما سبق	D	متساويان	C

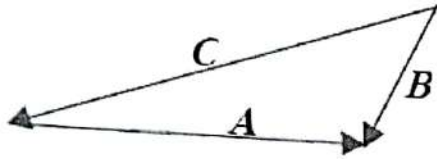
السؤال الخامس: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (25-24) مرتبطة:

سيارة قطعت مسافة $32km$ باتجاه الشرق، ثم توجهت نحو الشمال وقطعت مسافة $47km$ قبل أن تتوقف.
فإن:

مقدار الإزاحة المحصلة هي:			-24
---------------------------	--	--	-----

المتجه السالب للمتجه $\vec{A}$ هو متجه له:			-18
نفس المقدار ومعكوس الاتجاه	B	نفس الاتجاه والمقدار	A
لا شئ صحيح مما سبق	D	له نفس المقدار فقط	C

بالإشارة الى الشكل المقابل فأى من العلاقات التالية صحيحة:			-19
			
$C+B=A$	B	$A+B+C=0$	A
$A+C=B$	D	$A+B=C$	C

إذا كان المتجهين $\vec{A} = -3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{B} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ فإن حاصل الضرب $\vec{A} \cdot \vec{B} =$			-20
19	B	-12	A
30	D	14	C

متجهان ، مقدار الأول $A = 6\text{ m}$ ، والمتجه الثاني $B = 2\vec{i} + \vec{j} (m)$ ، وكانت الزاوية بينهم 30 درجة، فإن حاصل الضرب القياسي لهم $A \cdot B$ يساوي			-21
---	--	--	-----

-15 إذا كانت مركبات المتجه $\vec{b}$ هي $b_x = 7.5, b_y = 2.5$ فإن الزاوية بين المتجه $\vec{b}$ ومحور x هي:		
72°	B	25°
18°	D	55°
		A
		C

-16 مقدار المتجه $\vec{A} = 5\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$ هو:		
-10	B	10.5
18	D	20
		A
		C

-17 إذا كان المتجهين $\vec{A} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{B} = 7\vec{i} - 8\vec{j} - 9\vec{k}$ فإن المتجه $\vec{S} = \vec{A} - \vec{B}$ يساوي:		
$-10\vec{i} + 12\vec{j} + 13\vec{k}$	B	$4\vec{i} - 3\vec{j} - 13\vec{k}$
$-4\vec{i} + 3\vec{j} + 13\vec{k}$	D	$10\vec{i} - 12\vec{j} - 13\vec{k}$
		A
		C

-37	B	37	A
30	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

ويكون اتجاه المتجة الناتج من حاصل الضرب الاتجاهي بين المتجهين $\vec{A}, \vec{B}$ هو:			
$\theta = 145^\circ$	B	$\theta = 160^\circ$	A
$\theta = 90^\circ$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

السؤال الرابع: اختر الاجابة الصحيحة:

مقدار المتجة الناتج من حاصل ضرب المتجهين $\vec{a}, \vec{b}$ هو:			
$ab \tan \theta$	B	$ab \cos \theta$	A
$ab \sin \theta$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

$\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$	B	$-6\vec{i} - 3\vec{k}$
$6\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	D	لا شيء صحيح مما سبق
		C

السؤال الثالث: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (13-11) مرتبطة:

إذا كان المتجه $\vec{A}$ مقداره هو 7.4 وحدة ويقع في المستوى xy ويصنع زاوية مقدارها 250° مع محور x وفي عكس اتجاه عقارب الساعة والمتجه $\vec{B}$ مقداره 5 وحدات وله اتجاه محور Z فإن:

$\vec{A} \cdot \vec{B} =$		-11
2	B	0
-2	D	لا شيء صحيح مما سبق
		C

$ \vec{A} \wedge \vec{B} =$	-12
------------------------------	-----

-27	B	27	A
20	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) =$			-8
$8\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$	B	$8\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$	A
$4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

$(\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C} =$			-9
$8\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$	B	$8\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$	A
$4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

$\vec{A} \wedge (\vec{B} - \vec{C}) =$			-10
--	--	--	-----

2	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
---	---	---------------------	---

$\vec{A} \wedge \vec{B} =$			-5
$-16\vec{i} + 27\vec{j} - 17\vec{k}$	B	$16\vec{i} + 27\vec{j} + 17\vec{k}$	A
$4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

حجم متوازي السطوح المكون من المتجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ هو:			-6
-27	B	27	A
20	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

$\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) =$			-7
--	--	--	----

$\vec{A} \cdot \vec{B} =$			-2
2	B	0	A
-2	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) =$			-3
-4	B	4	A
2	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

$\vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} =$			-4
-4	B	4	A

--	--	--

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (10-1) مرتبطة:

إذا كانت المتجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ هي على الترتيب $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}, \vec{B} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{C} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ فإن:

-1 الزاوية بين المتجهين $\vec{A}, \vec{B}$ هي :		
$\theta = 45^\circ$	B	$\theta = 60^\circ$
$\theta = 90^\circ$	D	لا شيء صحيح مما سبق
		A
		C

--	--	--	--

14- ينعدم الضرب الاتجاهي إذا كان المتجهان متوازيين. ☒ ☐

15- الضرب الثنائي الاتجاهي يمثل مساحة متوازي الأضلاع. ☒ ☐

16- مقياس الضرب الثنائي الاتجاهي يمثل مساحة متوازي الأضلاع. ☒ ☐

17- مقياس الضرب الثنائي الاتجاهي يمثل مساحة مثلث. ☒ ☐

18- الضرب الثنائي القياسي يمثل عزم قوة حول محور ويكون كمية متجهة. ☒ ☐

19- الضرب الثلاثي القياسي يمثل حجم متوازي السطوح. ☒ ☐

20- المتجهين $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ متعامدان وأن الزاوية بين المتجهين $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{d} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ هي $\frac{\pi}{4}$. ☒ ☐

7- ينعدم الضرب الثلاثي القياسي إذا كانت المتجهات الثلاثة تقع في مستوى واحد. ☒ ☐

8- ينعدم الضرب الثلاثي القياسي إذا وجد متجهين من الثلاثة على الأقل متوازيين. ☒ ☐

9- ينعدم الضرب الثلاثي القياسي إذا كانت المتجهات لا يجمعها مستوى واحد. ☒ ☐

10- ينعدم الضرب الثلاثي القياسي إذا كان هنالك على الأقل متجه من الثلاثة صفري. ☒ ☐

11- الزاوية بين المتجهين $\vec{A} = (2, 2, -1)$, $\vec{B} = (3, 12, 4)$ هي $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$. ☒ ☐

12- مسقط المتجه $\vec{A} = (-2, 2, 1)$ على المتجه $\vec{B} = (3, 1, 0)$ يساوي $\frac{4}{\sqrt{10}}$. ☒ ☐

13- إذا كانت $A(1, 0, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(-1, 1, -2)$ ثلاث نقاط، فإن مسقط المتجه $\vec{BA}$ على المتجه $\vec{BC}$ يساوي $\frac{27}{7}$. ☒ ☐

الباب الاول

المتجهات فى الفراغ - Three-dimensional vectors

السؤال الاول: ضع علامه ✓ أو ✕ امام العبارات الآتية:

✕	✓	-1 الكميات القياسية (Scalars) هى الكميات التى يمكن التعبير عنها بمقدار فقط (مقياس) وهى لا تعتمد على الراصد سواء كان ساكنا أو متحركا مثل السرعة والعجلة.
✕	✓	-2 الكميات الاتجاهية (Vectors) هى الكميات الطبيعية التى تحتاج فى تحديدها الى نوعين مختلفين من الوحدات الأولى لتحديد المقدار (Magnitude) والأخرى لتحديد الاتجاه (Direction) مثل الحجم والمسافة.
✕	✓	-3 إذا مثلت مجموعة من المتجهات بأضلاع مأخوذة فى اتجاه دورى واحد فإن مجموعها يمكن تمثيلة بالمتجه الممثل بالضلع الذى يغلق المضلع فى عكس الاتجاه.
✕	✓	-4 مركبات متجه الوحدة لأى متجه هى جيوب تمام الإتجاه لهذا المتجه مع المحاور الأساسية ox, oy, oz على الترتيب.
✕	✓	-5 يتحرك جسيم فى خط مستقيم من النقطة $p_1(1, -1, 2)$ الى النقطة $p_2(3, -2, 4)$ فإن متجه الإزاحة هو $\vec{r}_{12} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ والمسافة بين النقطتين هى 3.
✕	✓	-6 إذا إنعدام الضرب القياسي لمتجهين فإن المتجهين متعامدان.



الباب الثاني

استاتيكا

الفرقة الاولى

الباب الثانى

مجموعات القوى فى الفراغ - Systems of forces in space

السؤال الأول: ضع علامه ✓ أو x امام العبارات الآتية:

1- عزم الازدواج $\vec{M}$ هو عزم احدى قوتية حول نقطة على خط عمل القوة الاخرى.

2- مركبات عزم القوة حول نقطة الأصل هى مجموع العزوم حول المحاور الثلاثة x, y, z على الترتيب.

3- عزم القوة حول نقطة عبارة عن مسقط عزم القوة حول احدى نقاط المحور على المحور.

4- إذا كان المتجه $\vec{M}_O$ عمودى على $\vec{F}$ فإن عزم الازدواج عند اى نقطة أخرى مثل $\vec{M}_p$ تكون عمودية على المتجه $\vec{F}$.

5- إذا كان عزم الازدواج عند P يساوى الصفر $\vec{M}_p = 0$ فإن $\vec{F} \cdot \vec{M}_p = 0$ ولذلك فإن المجموعة تكافئ قوة وحيدة $\vec{F}$ عند النقطة p .

6- يتكون الازدواج من قوتين متساويتين فى المقدار ومتضادتين فى الاتجاه مثل $f, -f$ وخط عملهما على استقامة واحدة.

7- إذا كان $\vec{F} \cdot \vec{M} \neq 0$ فإن المجموعة تكافئ عند نقطة الاصل لولبية وتكون درجة اللولبية P يمكن تعريفها بالعلاقة $P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{M}}{F}$

8- إذا كان $\vec{M} = 0$ عند نقطة الاصل فإن المجموعة تكافئ قوة $\vec{F}$ تمر بنقطة الاصل ومعادلة محورها هي $\vec{r} \cdot \vec{F} = 0$.

9- المعادلة الاتجاهية لمحور اللولبية هي $\vec{M}' = \vec{M} - \vec{r} \wedge \vec{F}$

10- يمكن اختزال مجموعة من القوى الى ازدواج فقط عندما تتلاشى محصلة هذه القوى.

11- الضرب الثنائي الاتجاهي يمثل عزم قوة حول أى نقطة.

12- الضرب الثلاثي القياسي يمثل عزم قوة حول محور الخط المستقيم الواصل بين نقطتين.

13- إذا نقلت مجموعة من القوى من نقطة الى أخرى فإن المحصلة لا تتغير.

14- عندما تؤول مجموعة من القوى لقوة وحيدة فإن $\vec{F} \cdot \vec{M} = 0$ أى ينعدم الضرب الثنائي القياسي لمتجهي المحصلة لكلا من القوة والعزم.

السؤال الثاني: ضع علامة ✓ أو ✗ امام العبارات الآتية:

النقاط (15-25) مرتبطة:

إذا أثرت القوة $F_1 = 5N$ من النقطة $(3, 4, 0)$ الى النقطة $(0, 4, 4)$ والقوة F_2 فى النقطة $(0, 0, 4)$ وكانت محصلتهما هي $\vec{F} = 3\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$ فإن:

15-	مقدار القوة $F_2 = 15N$.	✓	✗

16-	متجة القوة $\vec{F}_2$ هو $\vec{F}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$.	✓	✗

17-	عزم القوة $\vec{F}_1$ حول نقطة الاصل هو $\vec{M}_1 = 6\vec{i} - 5\vec{j}$.	✓	✗

18-	عزم القوة $\vec{F}_2$ حول نقطة الاصل هو $\vec{M}_2 = -32\vec{i} + 24\vec{j}$.	✓	✗
-----	--	---	---

--	--	--	--

⊗	✓	العزم المحصل حول نقطة الاصل هو $\vec{M} = -16\vec{i} + 12\vec{j} + 12\vec{k}$	-19

⊗	✓	عزم القوة $\vec{F}_1$ حول محور x هو $M_x = 16$	-20

⊗	✓	عزم القوة $\vec{F}_1$ حول محور y هو $M_y = -12$	-21

⊗	⊙	عزم القوة $\vec{F}_1$ حول محور z هو $M_z = 12$.	<u>-22</u>

⊗	⊙	عزم القوة $\vec{F}_2$ حول محور x هو $M_x = 16$.	<u>-23</u>

⊗	⊙	عزم القوة $\vec{F}_2$ حول محور y هو $M_y = -12$.	<u>-24</u>

⊗	⊙		عزم القوة $\vec{F}_2$ حول محور z هو $M_z = 12$.	-25

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (10-1) مرتبطة:

أثرت القوة $F_1 = \sqrt{2}N$ من النقطة $A(1, 1, 0)$ الى النقطة $B(0, 1, 1)$ و القوة $F_2 = 2\sqrt{2}N$ من النقطة $C(0, 0, 1)$ الى النقطة $D(1, 1, 1)$ فإن:

القوة $\vec{F}_1$ على الصورة الاتجاهية هي:				-1
$\vec{F}_1 = \vec{i} + \vec{k}$	B	$\vec{F}_1 = -\vec{i} + \vec{k}$	A	
$\vec{F}_1 = -\vec{i} - \vec{k}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C	
القوة $\vec{F}_2$ على الصورة الاتجاهية هي:				-2
$\vec{F}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j}$	B	$\vec{F}_2 = -2\vec{i} + 2\vec{j}$	A	
$\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 2\vec{j}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C	

-3- القوة المحصلة هي $\vec{F}$:

$\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$	B	$\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$	A
$\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-4- عزم القوة $\vec{F}_1$ حول نقطة الاصل اذا كان متجة موضعها $\vec{r}_1 = \vec{i} + \vec{j}$:

$\vec{G}_1 = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$	B	$\vec{G}_1 = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$	A
$\vec{G}_1 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-5- عزم القوة $\vec{F}_2$ حول نقطة الاصل اذا كان متجة موضعها $\vec{r}_2 = \vec{k}$:

$\vec{G}_2 = 2\vec{i} + 2\vec{j}$	B	$\vec{G}_2 = -2\vec{i} + 2\vec{j}$	A
$\vec{G}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-6- عزم القوتين $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ (عزم المحصلة) حول نقطة الاصل:

$\vec{G} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$	B	$\vec{G} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$	A
$\vec{F} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
العزم المحصل حول محور x :			<u>-7</u>
$G_x = 2$	B	$G_x = -1$	A
$G_x = 1$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
العزم المحصل حول محور y :			<u>-8</u>
$G_y = 1$	B	$G_y = 2$	A
$G_y = -1$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
العزم المحصل حول محور z :			<u>-9</u>
$G_z = -2$	B	$G_z = -1$	A

$G_z = 1$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
العزم المحصل حول محور المستقيم المار بالنقطتين $A(1, 1, 0)$, $B(1, 1, 0)$:			-10
$G_{AB} = 1$	B	$G_{AB} = 2$	A
$G_{AB} = -1$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

السؤال الرابع: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (11-12) مرتبطة:

تؤثر ثلاث قوى على جسم يقع عند نقطة الأصل للمحاور الكارتيزية كالآتى:

الأولى 20 N فى إتجاه الشمال الشرقى وتميل بزاوية 40° على الأفقى، الثانية 15 N فى إتجاه يصنع زاوية مقدارها 110° مع الإتجاه الموجب لمحور x ، الثالثة مقدارها 25 N فى إتجاه الجنوب (الإتجاه السالب لمحور y).

مقدار القوى المحصلة هو:

			-11
11.375N	B	10.375N	A

12.375N	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
---------	---	--------------------	---

اتجاه القوى المحصلة مع اتجاه محور x هو:			-12
11.8°	B	12.8°	A
10.8°	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

السؤال الخامس: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (15-13) مرتبطة:

القوة $F = 6N$ تعمل في الاتجاه الذي يصنع مع المحاور الثلاثة زوايا متساوية وتمر بالنقطة $(3, 5, -2)$ فإن:

متجه عزم القوة حول نقطة الاصل هو:			-13
-----------------------------------	--	--	-----

$\vec{G}_0 = 2\sqrt{3}(7\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k})$	B	$\vec{G}_0 = 2\sqrt{3}(7\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k})$	A
$\vec{G}_0 = 2\sqrt{3}(7\vec{i} - 5\vec{j} - 2\vec{k})$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

مقدار عزم القوة حول نقطة الاصل هو:			-14
$G_0 = 2\sqrt{324}$	B	$G_0 = 2\sqrt{234}$	A
$G_0 = 2\sqrt{423}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

جيوب تمام الاتجاه الفعلية للعزم هي:			-15

$\left(\frac{7}{\sqrt{87}}, \frac{5}{\sqrt{87}}, \frac{-2}{\sqrt{87}}\right)$	B	$\left(\frac{7}{\sqrt{87}}, \frac{-5}{\sqrt{87}}, \frac{-2}{\sqrt{87}}\right)$	A
$\left(\frac{7}{\sqrt{87}}, \frac{5}{\sqrt{87}}, \frac{2}{\sqrt{87}}\right)$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

السؤال السادس: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (18-16) مرتبطة:

إزدواج يتكون من القوتين $\vec{F}$, $-\vec{F}$ حيث $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ وتؤثر في النقطة $(-5, 0, 2)$ والقوة $-\vec{F}$ تؤثر في النقطة $(1, -2, 0)$ فإن:

متجة عزم الازدواج هو:			-16
$\vec{G} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 9\vec{k}$	B	$\vec{G} = 6\vec{i} - 4\vec{j} - 9\vec{k}$	A
$\vec{G} = 6\vec{i} + 4\vec{j} + 9\vec{k}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

مقدار عزم الازدواج هو:

-17

$\sqrt{123}$	B	$\sqrt{132}$	A
$\sqrt{122}$	D	$\sqrt{133}$	C

وتكون جيوب تمام الاتجاه لهذا الازدواج هي:

			-18
$\left(\frac{6}{\sqrt{133}}, \frac{4}{\sqrt{133}}, \frac{-9}{\sqrt{133}}\right)$	B	$\left(\frac{-6}{\sqrt{133}}, \frac{-4}{\sqrt{133}}, \frac{-9}{\sqrt{133}}\right)$	A
$\left(\frac{6}{\sqrt{133}}, \frac{4}{\sqrt{133}}, \frac{9}{\sqrt{133}}\right)$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

السؤال السابع: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (21-19) مرتبطة:

ستة قوى مقدار كل منها F تؤثر في أحرف مكعب مأخوذة في اتجاه دورى واحد بحيث لا تتلاقى هذه القوى مع قطر معين من أقطار المكعب فإن:

مقدار القوى المحصلة هي:

			-19
0	B	$\sqrt{3}$	A

$\sqrt{2}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
------------	---	---------------------	---

متجه العزم المحصل هو:			-20
$\vec{M} = -2a F(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$	B	$\vec{M} = 2a F(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$	A
$\vec{M} = 2a F(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

مقدار العزم المحصل هو:			-21
$2a F\sqrt{2}$	B	$2a F\sqrt{3}$	A
$3a F\sqrt{3}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

السؤال الثامن:

اعتبر النقطتين $A(\sqrt{2}l, 0, 0)$, $B(0, \sqrt{2}l, 0)$ حيث أثرت قوة f وازدواج $2\lambda f$ في اتجاه $\overrightarrow{AB}$ وكذلك أثرت قوة $2f$ وازدواج λf في اتجاه oz أثبت أن الشرط اللازم لكي تؤول المجموعة الى قوة واحدة فقط هو $2\lambda + l = 0$ ثم أوجد معادلة خط عمل القوة المحصلة.

الحل:

السؤال التاسع:

ثلاثة قوى متساوية مقدار كلا منها f تؤثر في النقط $C(0, 0, 3), B(0, 2, 0), A(1, 0, 0)$ بحيث تكون اتجاهاتها على الترتيب ox, oz, oy اثبت أن المجموعة تكافئ لولبية ثم أوجد درجتها ومعادلة

محورها.

الحل:

الباب الثالث

ردود الأفعال عند المفصلات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (5-1) مرتبطة:

تتصل ثلاث قضبان متساوية في الطول $2l$ والوزن w اتصال مفصليا أملس لتكون مثلث متساوي الأضلاع. وإذا علقت المجموعة من منتصف أحد قضبانها.

1-	من دراسة اتزان المجموعة فإن الشد عند نقطة التعليق هو:		
A	$T = w$	B	$T = 3w$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$T = 2w$
2-	من دراسة اتزان القضيب AB فإن مركبة رد الفعل الرأسية تساوي:		
A	$y = 3w$	B	$y = w$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$y = 2w$
3-	من دراسة اتزان القضيب AC وبأخذ العزوم حول A للقوى المؤثرة على القضيب فإن مركبة رد الفعل الأفقية تساوي:		
A	$x = \frac{w}{2\sqrt{3}}$	B	$x = -\frac{w}{2\sqrt{3}}$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$x = -\frac{w}{\sqrt{3}}$

-4 وعلى ذلك فإن رد الفعل عند أى من المفصلين A,B هو:		
$R_A = \frac{w}{3} \sqrt{\frac{13}{3}}$	B	$R_A = \frac{w}{2} \sqrt{\frac{13}{2}}$
$R_A = \frac{w}{2} \sqrt{\frac{13}{3}}$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-5 وعلى ذلك فإن رد الفعل عند المفصل C هو:		
$R_C = \frac{w}{2\sqrt{3}}$	B	$R_C = \frac{w}{2\sqrt{2}}$
$R_C = \frac{w}{\sqrt{3}}$	D	لا شئ صحيح مما سبق

السؤال الثانى: اختر الاجابة الصحيحة:

يتكون المربع ABCD من أربعة قضبان منتظمة متصلة ببعضها البعض اتصالاً مفصلياً سهلاً علقت المجموعة من نقطة A بينما يصل خيط خفيف بين منتصفى AB,BC لحفظ الشكل مربعاً فإذا كان وزن كل قضيب w فإن:

النقاط (2-6) مرتبطة:

-6 من دراسة اتزان المجموعة وبأخذ عزوم القوى المؤثرة على القضيب AB حول النقطة B فنحصل على المعادلة الاتية:		
$2x + 2y + T = 3w$	B	$2x - 2y + T = 3w$
$2x + 2y - T = 3w$	D	لا شئ صحيح مما سبق

	<u>-7</u> من دراسة ائزان المجموعة وبأخذ عزوم القوى المؤثرة على القضيب BC حول النقطة B فنحصل على المعادلة الاتية:		
A	$2x - 2y + T = -3w$	B	$2x - 2y - T = -w$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$2x + 2y - T = -3w$
	<u>-8</u> من دراسة ائزان المجموعة وبأخذ عزوم القوى المؤثرة على القضيب CD حول النقطة D فنحصل على المعادلة الاتية:		
A	$2x + 2y + T = -w$	B	$-2x + 2y = -w$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$2x + 2y = -w$
	<u>-9</u> من دراسة ائزان المجموعة فإن مركبة رد الفعل الأفقية هي:		
A	$x = \frac{w}{2}$	B	$x = -\frac{w}{2}$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$x = -\frac{w}{3}$
	<u>-10</u> من دراسة ائزان المجموعة فإن مركبة رد الفعل الرأسية هي:		
A	$y = \frac{w}{2}$	B	$y = -\frac{w}{2}$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$y = -w$
	<u>-11</u> من دراسة ائزان المجموعة فإن الشد عند نقطة التعليق يساوى:		

$T = 4w$	B	$T = 3w$	A
$T = 2w$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
من دراسة ائزان المجموعة فإن رد الفعل عند B يساوى:			-12
$R_B = \frac{\sqrt{17}}{2} w$	B	$R_B = \frac{\sqrt{17}}{3} w$	A
$R_B = \frac{\sqrt{17}}{4} w$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
من دراسة ائزان المجموعة فإن رد الفعل عند C يساوى:			-13
$R_C = \frac{\sqrt{5}}{3} w$	B	$R_C = \frac{\sqrt{5}}{2} w$	A
$R_C = \frac{\sqrt{5}}{5} w$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
من دراسة ائزان المجموعة فإن رد الفعل عند D يساوى:			-14
$R_D = \frac{w}{3}$	B	$R_D = \frac{w}{\sqrt{2}}$	A
$R_D = \frac{w}{2}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (2-1) مرتبطة:

إذا كان $\vec{A} = 5\vec{i}$ ومقدار المتجه $\vec{B}$ يساوي 13 وكان اتجاه المحصلة $\vec{A} + \vec{B}$ هو الاتجاه الموجب لمحور y فإن:

1- المتجه $\vec{B}$ يكون على الصورة:		
$\vec{B} = -5\vec{i} - 12\vec{j}$	B	$\vec{B} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$
$\vec{B} = -5\vec{i} + 12\vec{j}$	D	لا شيء صحيح مما سبق
2- مقدار المحصلة $ \vec{A} + \vec{B} $ هو:		
12	B	13
$4\sqrt{3}$	D	لا شيء صحيح مما سبق
3- متجه الوحدة العمودي على المستوى الذي يضم المتجهين $\vec{A} = 2\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{B} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ هو:		
$\hat{n} = \frac{3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}}{7}$	B	$\hat{n} = \frac{3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}}{7}$
$\hat{n} = \frac{3\vec{i} - 2\vec{j} - 6\vec{k}}{7}$	D	لا شيء صحيح مما سبق
4- عزم القوة التي مقدارها $10\sqrt{3}$ التي تؤثر في الاتجاه الواصل من النقطة $(4, 4, -2)$ الى النقطة $(5, 3, -3)$ حول نقطة الأصل هو:		
$\underline{M}_0 = -80\vec{j} + 80\vec{k}$	B	$\underline{M}_0 = -80\vec{j} - 80\vec{k}$

C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$\underline{M}_0 = 80\vec{j} - 80\vec{k}$
---	--------------------	---	---

النقاط (7-5) مرتبطة:

إزدواج يتكون من القوتين $\vec{F}, -\vec{F}$ حيث $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ وتؤثر فى النقطة $(0, -5, 2)$ والقوة $-\vec{F}$ تؤثر فى النقطة $(1, -2, 0)$ فإن:

-5	متجة عزم الازدواج هو:		
A	$\vec{G} = 6\vec{i} - 4\vec{j} - 9\vec{k}$	B	$\vec{G} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 9\vec{k}$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$\vec{G} = 6\vec{i} + 4\vec{j} + 9\vec{k}$
-6	مقدار عزم الازدواج هو:		
A	$\sqrt{132}$	B	$\sqrt{123}$
C	$\sqrt{133}$	D	$\sqrt{122}$
-7	وتكون جيوب تمام الاتجاه لهذا الازدواج هى:		
A	$\left(\frac{-6}{\sqrt{133}}, \frac{-4}{\sqrt{133}}, \frac{-9}{\sqrt{133}}\right)$	B	$\left(\frac{6}{\sqrt{133}}, \frac{4}{\sqrt{133}}, \frac{-9}{\sqrt{133}}\right)$
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	$\left(\frac{6}{\sqrt{133}}, \frac{4}{\sqrt{133}}, \frac{9}{\sqrt{133}}\right)$
-8	حجم متوازى المستطيلات المعرف بالمتجهات الثلاث الآتية هو:		
	$\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{B} = \vec{j} + \vec{k}, \vec{C} = \vec{i} - \vec{j}$		
A	-4	B	4
C	لا شئ صحيح مما سبق	D	2

قوة $\vec{F}$ لها المركبات $F_x = 20, F_y = -30, F_z = 60$ فإن:

مقدار القوة $\vec{F}$ هو:			-9
70	B	80	A
90	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
الزاوية التي يصنعها متجه القوة $\vec{F}$ مع محور x هي:			-10
$\cos \theta_x = -\frac{2}{7}$	B	$\cos \theta_x = \frac{3}{7}$	A
$\cos \theta_x = \frac{2}{7}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
الزاوية التي يصنعها متجه القوة $\vec{F}$ مع محور y هي:			-11
$\cos \theta_y = -\frac{2}{7}$	B	$\cos \theta_y = \frac{-3}{7}$	A
$\cos \theta_y = \frac{2}{7}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
الزاوية التي يصنعها متجه القوة $\vec{F}$ مع محور z هي:			-12
$\cos \theta_z = \frac{6}{7}$	B	$\cos \theta_z = \frac{3}{7}$	A
$\cos \theta_z = \frac{2}{7}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

ABC عصا منتظمة جزئها AB مستقيم وطولة $4l$ ويدها BC على شكل قوس نصف دائري نصف قطرة يساوي l .

-13 كتلة الجزء AB:		
$m_1 = 4l\rho$	B	$m_1 = l\rho$
$m_1 = 4l$	D	لا شيء صحيح مما سبق
-14 مركز ثقل الجزء AB:		
$(x_1, y_1) = (l, 0)cm$	B	$(x_1, y_1) = (2l, 0)cm$
$(x_1, y_1) = (2l, l)cm$	D	لا شيء صحيح مما سبق
-15 كتلة الجزء BC:		
$m_2 = 4\pi l\rho$	B	$m_2 = 2\pi l\rho$
$m_2 = \pi l\rho$	D	لا شيء صحيح مما سبق
-16 مركز ثقل الجزء النصف الدائري BC:		
$(x_2, y_2) = \left(\frac{-2l}{\pi}, l\right)cm$	B	$(x_2, y_2) = \left(\frac{-2l}{\pi}, l\right)cm$
$(x_2, y_2) = \left(\frac{-2l}{\pi}, l\right)cm$	D	لا شيء صحيح مما سبق
-17 مركز ثقل العصا ABC:		
$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{6l}{4+\pi}, \frac{\pi l}{4+\pi}\right)cm$	B	$(x_2, y_2) = \left(\frac{l}{4+\pi}, \frac{\pi l}{4+\pi}\right)cm$
$(x_2, y_2) = \left(\frac{6l}{4+\pi}, \frac{l}{4+\pi}\right)cm$	D	لا شيء صحيح مما سبق

-18 عند تعليق العصا من الطرف C فإن AB يميل على الرأسى بزاوية :			
$\tan \theta = \frac{4}{7}$	B	$\tan \theta = \frac{5}{7}$	A
$\tan \theta = \frac{13}{7}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

النقاط (18-19) مرتبطة:

علقت سلسلة طولها $2l$ من نقطتين ثابتتين A, B فى نفس المستوى الأفقى وكان عمق السلسلة $\frac{l}{2}$ وبارامتر السلسلة هو c فإن:

-19 إحداثى أعلى نقطة A أو B هو :			
$(x, y = \frac{l}{2} + c)$	B	$(x, y = \frac{l}{2} - c)$	A
$(x, y = l - c)$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
-20 مقدار بارامتر السلسلة c هو :			
$c = -0.75l$	B	$c = 0.75l$	A
$c = 0.5l$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
-21 الإحداثى الصادى لأعلى نقطة فى السلسلة هو :			
$y = 2l$	B	$c = 1.25l$	A
$y = 1.75l$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C
-22 المسافة الأفقية بين نقطتى التعليق هى:			
$AB = 1.5l (\ln 3)$	B	$AB = 2l (\ln 3)$	A
$AB = 3l (\ln 3)$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-23 الشد عند أسفل نقطة في السلسلة هو:		
$T_0 = 0.25\omega l$	B	$T_0 = 0.75\omega l$
$T_0 = 0.5\omega l$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-24 الشد عند أعلى نقطة في السلسلة هو:		
$T_A = 2\omega l$	B	$T_A = 1.75\omega l$
$T_A = 1.25\omega l$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-25 النسبة بين الشدين عند أعلى نقطة الى الشد عند أسفل نقطة في السلسلة هي:		
$\frac{T_A}{T_0} = \frac{5}{3}$	B	$\frac{T_A}{T_0} = \frac{3}{4}$
$\frac{T_A}{T_0} = \frac{4}{3}$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-26 زاوية ميل الشد عند أعلى نقطة A أو B هي:		
$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$	B	$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$
$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-27 المركبة الرأسية للشد عند النقطة A أو B هي:		
$T_A \sin \psi = 2\omega l$	B	$T_A \sin \psi = 1.75\omega l$
$T_A \sin \psi = \omega l$	D	لا شئ صحيح مما سبق
-28 المركبة الأفقية للشد عند النقطة A أو B هي:		
$T_A \cos \psi = \frac{3}{4}\omega l$	B	$T_A \cos \psi = 1.25\omega l$
$T_A \cos \psi = 1.75\omega l$	D	لا شئ صحيح مما سبق

الباب الرابع

اتزان السلاسل والخيوط القابلة للانحناء

السؤال الأول: ضع علامة $\checkmark$ أو $\times$ امام العبارات الآتية:

- | | | | |
|----|-------------------------------------|--------------------------|--|
| 1- | ☒ | ☐ | الكتينة أو السلسلة هي نوع من الخيوط أو السلاسل والتي لها قابلية غير تامة على التشكل والانحناء. |
| 2- | ☒ | ☐ | الشذ في السلسلة عند أسفل نقطة أو أى نقطة أخرى يساوى وزن وحدة الأطوال مضروبة فى الاحداثى الصادى لنفس النقطة. |
| 3- | ☒ | ☐ | إذا علق حبلا ذو قابلية تامة للانحناء ومنتظم الكثافة من نقطتين ثابتتين واتزن تحت تأثير وزنه فقط فإن شكل المنحنى الذى يتخذة الحبل يسمى بمنحنى السلسلة. |
| 4- | ☒ | ☐ | عند تعليق كتينة منتظمة من طرفيها فى نقطتين A, B فإن الاحداثيات الذاتية (S, ψ) عند رأس الكتينة هي $(0, c)$. |
| 5- | ☒ | ☐ | المنحنى الكارتيزى للسلسلة $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ لا يمكن أن يمر بنقطة الأصل بالنسبة للمحورين ox, oy . |
| 6- | ☒ | ☐ | المعادلة البارامترية $x = x(\psi)$ لمنحنى السلسلة هي $x = c \ln(\sec \psi + \cot \psi)$. |

7-	المعادلة البارامترية $x = x(\psi)$ لمنحنى السلسلة يمكن تحويلها الى الصيغة $x = c \ln \left(\frac{s+y}{c} \right)$	✓	✗
----	---	---	---

8-	إذا علقت كتينة منتظمة من طرفيها في نقطتين A, B في نفس المستوى الافقى فإن عمق الكتينة يساوى المسافة الرأسية المقاسة من الدليل للكتينة حتى نقطة التعليق A .	✓	✗
----	--	---	---

9-	المركبة الرأسية للشد عند أى نقطة $(T \cos \psi)$ تساوى وزن الطول s من السلسلة.	✓	✗
----	--	---	---

10-	المركبة الأفقية للشد عند أى نقطة $(T \sin \psi)$ تساوى الشد عند أسفل نقطة T_0 أى تساوى ωc .	✓	✗
-----	--	---	---

السؤال الثاني: ضع علامة ✓ أو ✗ امام العبارات الآتية:

النقاط (11-20) مرتبطة:

سلسلة طولها l_0 تلتها مفرد على نضد أفقى خشن وطرفها الخالص مثبت فى نقطة ترتفع على النضد $\frac{l_0}{2}$. فإذا اتزنت السلسلة اتزاناً نهائياً فى مستوى رأسى وكان معامل الاحتكاك بين النضد والسلسلة هو μ و w هى وزن وحدة الأطوال من السلسلة فإن:

✗	✓	11- من دراسة اتزان الجزء المفرد من السلسلة على النضد الأفقى الخشن فإن طول هذا الجزء هو $\frac{2l_0}{3}$

✗	✓	12- من دراسة اتزان الجزء المفرد من السلسلة على النضد الأفقى الخشن فإن رد الفعل العمودى الناتج من السلسلة على النضد هو $w \cdot \frac{l_0}{3}$

☒	☐	-13 من دراسة اتزان الجزء المفرد من السلسلة على النضد الأفقى الخشن فإن بارامتر السلسلة يساوى $\mu \frac{2l_0}{3}$.	-13

☒	☐	-14 بتطبيق العلاقة المعطاة فإن طول الجزء المنحنى من السلسلة يساوى $\frac{2l_0}{3}$.	-14

☒	☐	-15 بتطبيق العلاقة $y = y(s)$ فإن ثابت السلسلة (c) يساوى $\frac{7l_0}{3}$.	-15

(x)	(✓)	بمعلومية ثابت الكتينة c فإن معامل الاحتكاك بين النضد والسلسلة يساوى $\frac{7}{24}$.	<u>-16</u>

(x)	(✓)	بتطبيق المعادلة الذاتية لمنحنى السلسلة فإن المماس لمنحنى السلسلة يميل على	<u>-17</u>
		الدليل بزاوية تعطى من العلاقة $\tan \psi = \frac{18}{7}$.	

(x)	(✓)	بتطبيق العلاقة التي تعطى x بدلالة y, s فإن المسافة الأفقية بين نقطة التعليق الى	<u>-18</u>
		الرأسى تساوى $x = \frac{7}{36} l_0 \ln(7)$.	

(x)	(✓)	المركبة الأفقية للشد عند نقطة التعليق تعطى بالعلاقة $T \cos \psi = \frac{7}{36} \omega l_0$	<u>-19</u>

(x)	(✓)	المركبة الرأسية للشد عند نقطة التعليق تعطى بالعلاقة $T \sin \psi = \frac{2}{3} \omega l_0$	<u>-20</u>

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (10-1) مرتبطة:

علق حبلًا ذو قابلية تامة للانحناء ومنتظم الكثافة من نقطتين ثابتتين إحداثياتها الذاتية $P(S, \psi)$ وعلى ارتفاع واحد وكان c هو ثابت الحبل (الكتينة أو السلسلة) حيث اتزن الحبل تحت تأثير وزنه فقط فإن:

1- الشد T عند أي نقطة على المنحنى يعطى بالعلاقة:			
$T = \omega \sqrt{s^2 - c^2}$	B	$T = \omega \sqrt{s^2 + c^2}$	A
$T = \omega \sqrt{c^2 - s^2}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
2- عند دراسة الشد في أجزاء السلسلة فإن التحليل الأفقي للشد يعطى بالعلاقة:			
$T \cos \psi = T_0$	B	$T \cos \psi = \omega s$	A
$T \cos \psi = -T_0$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
3- عند دراسة الشد في أجزاء السلسلة فإن التحليل الرأسى للشد يعطى بالعلاقة:			
$T \sin \psi = T_0$	B	$T \sin \psi = \omega s$	A
$T \sin \psi = -T_0$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C
4- الشد عند أسفل نقطة والتي بعدها الرأسى عن نقطة الأصل هو بارامتر المنحنى c يعطى بالعلاقة:			
$T_0 = \omega c$	B	$T_0 = \omega - c$	A
$T_0 = \omega + c$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

-5 المعادلة الذاتية لمنحنى السلسلة $S = S(\psi)$ هي:

$$S = c \sec \psi$$

B

$$S = c \cos \psi$$

A

$$S = c \tan \psi$$

D

لا شئ صحيح مما سبق

C

-6 المعادلة الكارتيزية لمنحنى السلسلة $y = y(x)$ هي:

$$y = c \cosh \left(\frac{S}{c} \right)$$

B

$$y = c \cosh \left(\frac{y}{c} \right)$$

A

$$y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right)$$

D

لا شئ صحيح مما سبق

C

-7 المعادلة البارامترية الأولى لاحداثى x كدالة فى المتغير S تعطى بالعلاقة:

$$x = c \sinh^{-1} \left(\frac{y}{c} \right)$$

B

$$x = c \sinh^{-1} \left(\frac{S}{c} \right)$$

A

$$x = c \sinh^{-1} \left(\frac{x}{c} \right)$$

D

لا شئ صحيح مما سبق

C

-8 المعادلة البارامترية الثانية لاحداثى y كدالة فى المتغير S تعطى بالعلاقة:

$$y = \sqrt{s^2 - c^2}$$

B

$$y = \sqrt{x^2 + c^2}$$

A

$$y = \sqrt{s^2 + c^2}$$

D

لا شئ صحيح مما سبق

C

9- المعادلة البارامترية الأولى لاحتادى x كدالة فى المتغير ψ تعطى بالعلاقة:

$x = c \ln (\sec \psi + \cot \psi)$	B	$x = c \ln (\sec \psi + \tan \psi)$	A
$x = c \ln (\sec \psi - \cot \psi)$	D	لا شى صحيح مما سبق	C

10- المعادلة البارامترية الثانية لاحتادى y كدالة فى المتغير ψ تعطى بالعلاقة:

$y = \sec \psi$	B	$y = \tan \psi$	A
$y = \sin \psi$	D	لا شى صحيح مما سبق	C

السؤال الرابع: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (19-11) مرتبطة:

سلسلة منتظمة $ABDE$ بحيث كان AB يرتكز على مستوى افقى خشن وتمر حول بكره صغيرة ملساء D ويتدلى منها DE رأسيا. إذا كان $DE = 2l_0$, $AB = 3l_0$ ومعامل الاحتكاك هو $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (حيث البكرة D مثبتة عند أعلى نقطة للسلسلة وبفرض أن w هى وزن وحدة الأطوال من السلسلة فى حالة الإتزان النهائى) فإن:

11- من خواص اتزان السلسلة فإن الإحداثى الرأسى y_D عند البكرة يعطى بالعلاقة:

$y_D = l_0$	B	$y_D = 3l_0$	A
$y_D = 2l_0$	D	لا شى صحيح مما سبق	C

-12 بدراسة اتزان الجزء الرأسى المتدلى DE من السلسلة فإن مقدار الشد T_D عند النقطة D هو:

$T_D = 3\omega l_0$	B	$T_D = \omega l_0$	A
$T_D = 2\omega l_0$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-13 بدراسة اتزان الجزء الأفقى من السلسلة وبمعلومية أن النقطة B تقع عند رأس الكتينة فإن مقدار قوة الشد الأفقية T_B المؤثرة على هذه النقطة يكون على الصورة

$T_B = 2\sqrt{3}\omega l_0$	B	$T_B = 3\sqrt{3}\omega l_0$	A
$T_B = \sqrt{3}\omega l_0$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-14 بتطبيق قانون قوة الشد الأفقية عند الرأس B للجزء المنحنى BD من الكتينة فإن البارامتر c لهذه السلسلة يساوى

$c = \sqrt{3}l_0$	B	$c = 3\sqrt{3}l_0$	A
$c = 2\sqrt{3}l_0$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

15- بتطبيق المعادلة البارامترية $y = y(s)$ عن النقطة D فإن الجزء المنحني من السلسلة يساوي:			
$s = 3l_0$	B	$s = 2l_0$	A
$s = l_0$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

16- بتطبيق المعادلة الذاتية لمنحني السلسلة فإن المماس لمنحني السلسلة عند النقطة D يميل على الدليل بزاوية ψ تعطى من العلاقة.			
$\psi_D = \frac{\pi}{4}$	B	$\psi_D = \frac{\pi}{6}$	A
$\psi_D = \frac{\pi}{3}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

17- إذا كان P هي محصلة الضغط الكلي على البكرة D فإن مقدار المركبة الأفقية لهذا الضغط يساوي:			
$\sqrt{3}\omega l_0$	B	$2\sqrt{3}\omega l_0$	A
$3\sqrt{3}\omega l_0$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

18- إذا كان P هي محصلة الضغط الكلي على البكرة D فإن مقدار المركبة الرأسية لهذا الضغط يساوى:

	ωl_0		A
	$2\omega l_0$	B	
	$3\omega l_0$	D	C

19- مقدار محصلة الضغط الكلي على البكرة D يساوى:

	$\sqrt{3}\omega l_0$		A
	$P = 2\sqrt{3}\omega l_0$	B	
	$P = 4\sqrt{3}\omega l_0$	D	C

السؤال الخامس: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (20-27) مرتبطة:

سلسلة منتظمة طولها $2l_0$ معلقة من طرفيها في نقطتين A, B في نفس المستوى الأفقي وحيث كان الشد عند نقطة التعليق يساوي n من المرات الشد عند أسفل نقطة للسلسلة. إذا كانت w هي وزن وحدة الأطوال من السلسلة في حالة الإتزان النهائي فإن:

20- بتطبيق العلاقة المعطاة بين قوى الشد فإن الإحداثى الرأسى y_A عند نقطة التعليق A يساوى:

	B		
		$y_A = \frac{c}{n}$	A
	D	$y_A = \frac{n}{c}$	C

21- المعادلة البارامترية $y = y(s)$ للسلسلة تعطى بالعلاقة:

	B		
		$y = \sqrt{s^2 - c^2}$	A
	D	$y = \sqrt{s^2 + c^2}$	C

22- بتطبيق المعادلة البارامترية $y = y(s)$ للسلسلة فإن ثابت السلسلة أو بارامتر السلسلة يساوي:

A	$C = \frac{l_0}{\sqrt{n^2 + 1}}$		C
	B		
	D	لا شيء صحيح مما سبق	
	$C = \frac{l_0}{\sqrt{n-1}}$		
	B		
	D		

23- بمعلومية ثابت الكثينة C فإن الإحداثي الرأسى y_A عند نقطة التثبيت A يساوي:

A	$C = \frac{nl_0}{\sqrt{n^2 + 1}}$		C
	B		
	D	لا شيء صحيح مما سبق	
	$C = \frac{nl_0}{\sqrt{n^2 - 1}}$		
	B		
	D		

-24 المعادلة البارامترية $x = x(s)$ يمكن تحويلها الى الصورة:

$x = c \ln \left(\frac{s-y}{c} \right)$	B	A
$x = c \ln \left(\frac{s+y}{c} \right)$	D	C

$$x = \ln \left(\frac{s+y}{c} \right)$$

لا شئ صحيح مما سبق

-25 بتطبيق العلاقة التي تعطى x بدلالة s, y عند النقطة A فإن المسافه الأفقية بين نقطتي التعليق تساوى:

$2x = \frac{2l_0}{\sqrt{n^2+1}} \ln(n + \sqrt{n^2+1})$	B	A
$2x = \frac{2l_0}{\sqrt{n^2-1}} \ln(n + \sqrt{n^2+1})$	D	C

$$2x = \frac{2l_0}{\sqrt{n^2+1}} \ln(n - \sqrt{n^2+1})$$

لا شئ صحيح مما سبق

-26- بتطبيق المعادلة الذاتية لمنحنى السلسلة فإن المماس لمنحنى السلسلة عند النقطة A يميل على

بزاوية ψ تعطى من العلاقة.

$\tan \psi = \sqrt{n^2 + 1}$	B	$\tan \psi = \frac{1}{n}$	A
$\tan \psi = \sqrt{n^2 - 1}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

-27- مقدار الشد T_A عند نقطة التعليق A يعطى من العلاقة.

$T_A = \frac{\omega l_0}{n\sqrt{n^2 - 1}}$	B	$T_A = \frac{n\omega l_0}{\sqrt{n^2 + 1}}$	A
$T_A = \frac{n\omega l_0}{\sqrt{n^2 - 1}}$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

السؤال السادس:

خط ثقل منتظم طولاً l معلق بين نقطتين ليس في مستوى أفقى واحد فإذا كان رأس الكتلة يقع خارج نقطتى التعليق وكان h البعد الرأسى بين نقطتى التعليق أثبت أن.

$$h \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = l \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

الحل:

السؤال السابع:

سلسلة طولها L_0 معلقة بين نقطتين البعد الرأسي والأفقى بينهما A, B على الترتيب أثبت أن بارامتر الكتينة يحقق العلاقة:

$$\sqrt{L_0^2 - A^2} = 2c \sinh\left(\frac{B}{2c}\right)$$

الحل:

الباب الخامس

مركز الثقل

السؤال الأول: ضع علامه $\checkmark$ أو $\times$ امام العبارات الآتية:

☒	☐	١- إذا كان الشكل متماثلاً حول محور x فإن مركز ثقله هو $(0, y)$.
☒	☐	٢- إذا كان الشكل متماثلاً حول محور y فإن مركز ثقله هو $(x, 0)$.
☒	☐	٣- المركز الهندسى لربع دائرة تقع فى الربع الأول ونصف قطرها a للدائرة التى معادلتها $x^2 + y^2 = a^2$ هى $(a, \frac{4a}{3\pi})$.
☒	☐	٤- إذا كان الجسم المراد إيجاد مركز كتلته متماثل حول محور ما فإن مركز كتلته يقع على هذا المحور.
☒	☐	٥- إذا علق جسم تعليقاً حراً من إحدى نقطة فإنة يدور ويستقر فى وضع يكون فيه الخط الرأسى ماراً بنقطة التعليق ومركز الثقل.
☒	☐	٦- مركز كتلة قوس دائرى منتظم على شكل نصف دائرة هو $\bar{x} = \frac{a}{\pi}$.
☒	☐	٧- مركز كتلة مخروط قائم منتظم مصمت يقسم محورة بنسبة ١:٢ من جهة القاعدة.
☒	☐	٨- مركز كتلة مخروط قائم منتظم أجوف يقسم محورة بنسبة ١:٣ من جهة القاعدة.

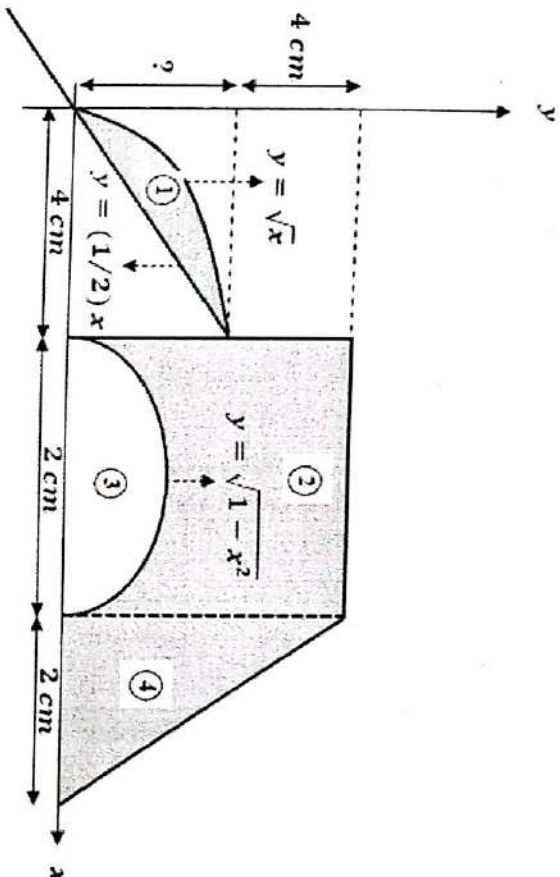
×	✓	مركز كتلة قضيب طول L كثافة الطولية تتناسب مع البعد عن إحدى طرفية يساوي	-١
		$\bar{x} = \frac{2}{3}L$	

×	✓	مركز ثقل قرص نصف دائري غير منتظم تتناسب كثافته مع البعد عن المركز	-١٠
		يساوي $(\frac{2r}{\pi}, 0)$	

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (١٣-١) مرتبطة:

في الشكل المظلل المبين بالرسم احسب الآتي: (مقرباً لرقمين عشريين علماً بأن $\pi = 3.14$)



١- البعد الصادي الأول المجهول في الشكل من نقطة الأصل الى نقطة تقاطع الخط المستقيم $y = 0.5x$ والقطع المكافئ $y = \sqrt{x}$ هو:

A	$y = 4 \text{ cm}$	B
C	$y = 3 \text{ cm}$	D

٢- مساحة الشكل غير المنتظم (١) بين المستقيم $y = 0.5x$ والقطع المكافئ $y = \sqrt{x}$ هو:

A	$A_1 = 1.33 \text{ cm}^2$	B
C	$A_1 = 1.3 \text{ cm}^2$	D

٣- المركز الهندسي لمساحة الشكل غير المنتظم (١) بين المستقيم $y = 0.5x$ والقطع المكافئ $y = \sqrt{x}$ هو:

A	B	$(x_1, y_1) = (1.6, 2)cm$	
C	D	لا شيء صحيح مما سبق	
		$(x_1, y_1) = (1.3, 2.3)cm$	

٤- مساحة المستطيل (٢) هي:

A	B	$A_2 = 13 cm^2$	
C	D	لا شيء صحيح مما سبق	
		$A_2 = 24 cm^2$	
		$A_2 = 12 cm^2$	

٥- المركز الهندسي لمساحة المستطيل (٢) هو:

A	B	$(x_2, y_2) = (5.5, 1.5)cm$	
C	D	لا شيء صحيح مما سبق	
		$(x_2, y_2) = (5, 3)cm$	
		$(x_2, y_2) = (4.5, 2)cm$	

٦- مساحة نصف الدائرة (٣) $y = \sqrt{1-x^2}$ هي:

A	B	$A_3 = -1.57 cm^2$	
C	D	لا شيء صحيح مما سبق	
		$A_3 = 1.55 cm^2$	
		$A_3 = 1.57 cm^2$	

المركز الهندسي لمساحة نصف الدائرة (y) هو: $y = \sqrt{1 - x^2}$

$(x_3, y_3) = (4, 0.42) \text{ cm}$	B	$(x_3, y_3) = (5.5, 0.4) \text{ cm}$	A
$(x_3, y_3) = (5, 0.42) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

مساحة المثلث (z) هي:

$A_4 = 6 \text{ cm}^2$	B	$A_4 = 12 \text{ cm}^2$	A
$A_4 = 6.5 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

المركز الهندسي لمساحة المثلث (z) هو:

$(x_4, y_4) = (6.67, 2) \text{ cm}$	B	$(x_4, y_4) = (6.4, 3) \text{ cm}$	A
$(x_4, y_4) = (6.4, 2.5) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

المساحة الكلية للشكل المظلل A_i $\sum_{i=1}^4 A_i$ هو:

$A = 17.92 \text{ cm}^2$	B	$A = 17.5 \text{ cm}^2$	A
$A = 17.76 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

١١-	مجموع حاصل ضرب المساحة A_i في الاحداثى السينى x_i للشكل المظلل $\sum_{i=1}^4 A_i x_i$ هو:		
A	$\sum_{i=1}^4 A_i x_i = 94.3 \text{ cm}^3$	B	$\sum_{i=1}^4 A_i x_i = 94 \text{ cm}^3$
C	$\sum_{i=1}^4 A_i x_i = 93.9 \text{ cm}^3$	D	لا شئ صحيح مما سبق

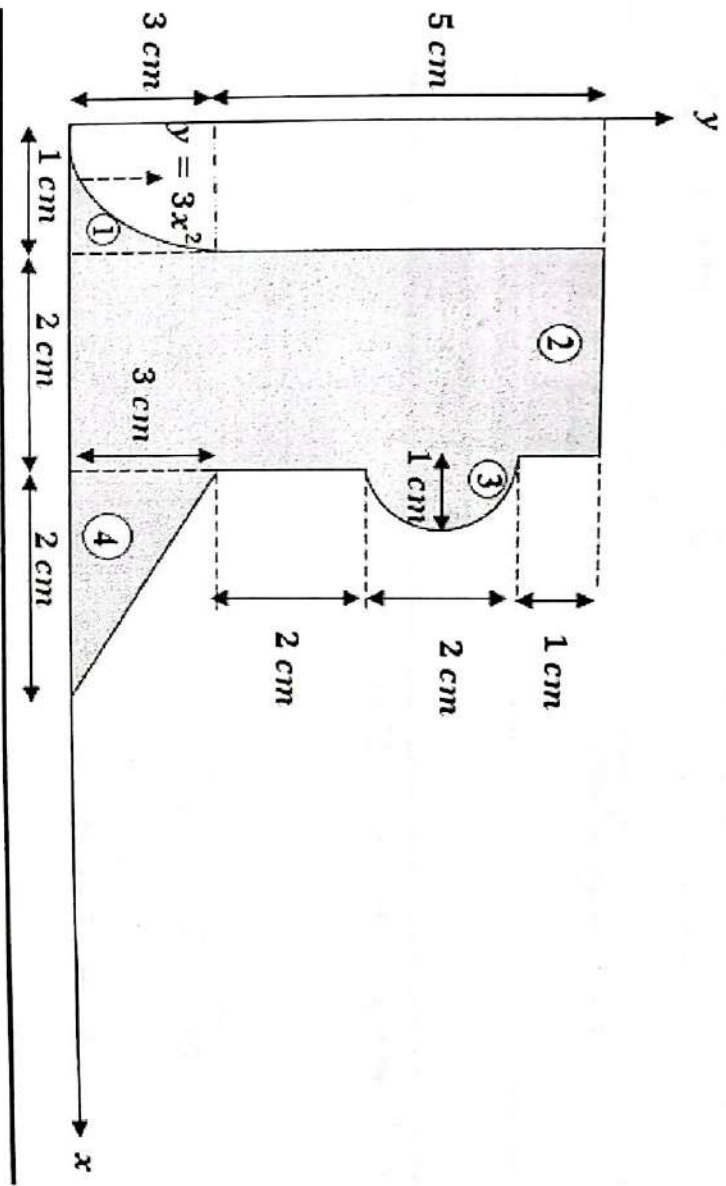
١٢-	مجموع حاصل ضرب المساحة A_i في الاحداثى الصادى y_i للشكل المظلل $\sum_{i=1}^4 A_i y_i$ هو:		
A	$\sum_{i=1}^4 A_i y_i = 48.3 \text{ cm}^3$	B	$\sum_{i=1}^4 A_i y_i = 50 \text{ cm}^3$
C	$\sum_{i=1}^4 A_i y_i = 49.7 \text{ cm}^3$	D	لا شئ صحيح مما سبق

١٣-	المركز الهندسى للشكل المظلل هو:		
A	$(\bar{x}, \bar{y}) = (5, 3) \text{ cm}$	B	$(\bar{x}, \bar{y}) = (5.31, 2.82) \text{ cm}$
C	$(\bar{x}, \bar{y}) = (4.31, 2.62) \text{ cm}$	D	لا شئ صحيح مما سبق

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة:

النقاط (١٤-٢٣) مرتبطة:

في الشكل المظلل المبين بالرسم احسب الآتي: (مقرباً للرقمين عشريين علماً بأن $\pi = 3.14$)



مساحة الشكل الغير منتظم (١):

١٤-	مساحة الشكل الغير منتظم (١):			
A	$A_1 = 1 \text{ cm}^2$	B	$A_1 = 3 \text{ cm}^2$	
C	$A_1 = 2 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	
١٥-	المركز الهندسي لمساحة الشكل غير المنتظم (١) هو:			
A	$(x_1, y_1) = (0.75, 0.9) \text{ cm}$	B	$(x_1, y_1) = (0.74, 0.8) \text{ cm}$	
C	$(x_1, y_1) = (0.8, 0.5) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	

مساحة المستطيل (٢) هي:				-١٦
$A_2 = 17 \text{ cm}^2$	B	$A_2 = 16 \text{ cm}^2$		A
$A_2 = 14 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق		C

المركز الهندسي لمساحة المستطيل (٢) هو:				-١٧
$(x_2, y_2) = (3, 4) \text{ cm}$	B	$(x_2, y_2) = (2, 4) \text{ cm}$		A
$(x_2, y_2) = (2, 5) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق		C

مساحة نصف الدائرة (٣) هي:				-١٨
$A_2 = 1.57 \text{ cm}^2$	B	$A_2 = 1.8 \text{ cm}^2$		A
$A_2 = 1.75 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق		C

المركز الهندسي لمساحة نصف الدائرة (٣) هو:				-١٩
$(x_3, y_3) = (3.6, 5) \text{ cm}$	B	$(x_3, y_3) = (3.42, 6) \text{ cm}$		A
$(x_3, y_3) = (3.7, 6) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق		C

مساحة المثلث (٤) هي:				٢٠-
$A_4 = 2 \text{ cm}^2$	B			
		$A_4 = 1 \text{ cm}^2$	A	
$A_4 = 3 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C	

المركز الهندسي لمساحة المثلث (٤) هو:				٢١-
$(x_4, y_4) = (3.67, 1) \text{ cm}$	B	$(x_4, y_4) = (4.23, 1) \text{ cm}$	A	
$(x_4, y_4) = (5.21, 2) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C	

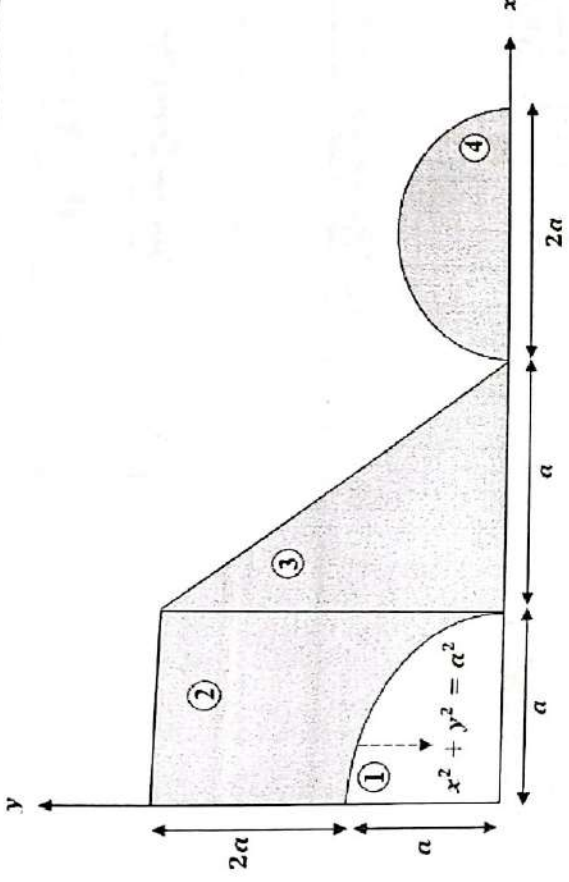
المساحة الكلية للشكل المظلل هي:				٢٢-
$A = 22.36 \text{ cm}^2$	B	$A = 21.57 \text{ cm}^2$	A	
$A = 20.61 \text{ cm}^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C	

المركز الهندسي للشكل المظلل هي:				٢٣-
$(\bar{x}, \bar{y}) = (2.28, 3.58) \text{ cm}$	B	$(\bar{x}, \bar{y}) = (3.2, 2.6) \text{ cm}$	A	
$(\bar{x}, \bar{y}) = (3, 3.8) \text{ cm}$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C	

السؤال الرابع: اختر الاجابة الصحيحة:

النقاط (٢٤-٣٣) مرتبطة:

في الشكل المظلل المبين بالرسم احسب الآتي: (مقربا لرقمين عشرين علماً بأن $\pi = 3.14$)



٢٤- مساحة ربع الدائرة (١) هي:		
$A_1 = 0.8 a^2$	B	$A_1 = -1.8 a^2$
$A_1 = -0.8 a^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق
		C

٢٥- المركز الهندسي لمساحة ربع الدائرة (١) هو:		
$(x_1, y_1) = \left(\frac{3a}{4\pi}, \frac{4a}{3\pi}\right)$	B	$(x_1, y_1) = \left(\frac{4a}{3\pi}, \frac{4a}{3\pi}\right)$
$(x_1, y_1) = \left(\frac{a}{\pi}, \frac{4a}{3\pi}\right)$	D	لا شيء صحيح مما سبق
		C

مساحة المستطيل (٢) هي:			<u>٢٦-</u>
$A_2 = 3 a^2$	B	$A_2 = 3.8 a^2$	A
$A_2 = 3.5 a^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

المركز الهندسي لمساحة المستطيل (٢) هو:			<u>٢٧-</u>
$(x_2, y_2) = \left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$	B	$(x_2, y_2) = \left(a, \frac{3a}{2}\right)$	A
$(x_2, y_2) = \left(\frac{a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

مساحة المثلث (٣) هي:			<u>٢٨-</u>
$A_3 = \frac{3}{2} a^2$	B	$A_3 = a^2$	A
$A_3 = \frac{1}{2} a^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

المركز الهندسي لمساحة المثلث (٣) هو:			-٢٩
$(x_3, y_3) = \left(\frac{4a}{3}, \frac{3a}{2}\right)$	B	$(x_3, y_3) = \left(\frac{4a}{3}, a\right)$	A
$(x_3, y_3) = \left(\frac{4a}{3}, \frac{a}{2}\right)$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

مساحة نصف الدائرة (٤) هي:			-٣٠
$A_4 = \frac{3\pi}{2} a^2$	B	$A_4 = \frac{\pi}{2} a^2$	A
$A_4 = \frac{1}{2} a^2$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

المركز الهندسي لمساحة نصف الدائرة (٤) هو:			-٣١
$(x_4, y_4) = \left(3a, \frac{4a}{3\pi}\right)$	B	$(x_4, y_4) = \left(\frac{4a}{3\pi}, \frac{3a}{2}\right)$	A
$(x_4, y_4) = \left(\frac{4a}{3\pi}, \frac{3a}{2}\right)$	D	لا شئ صحيح مما سبق	C

٣٢- المساحة الكلية للشكل المظلل هي:

$A = 5a^2$	B	$A = 5.9a^2$	A
$A = 5.3a^2$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C

٣٣- المركز الهندسي للشكل المظلل هي:

$(\bar{x}, \bar{y}) = (a, 1.5a)$	B	$(\bar{x}, \bar{y}) = (1.5a, 1.2a)cm$	A
$(\bar{x}, \bar{y}) = (a, 1.2a)$	D	لا شيء صحيح مما سبق	C